

La méthode **capture - marquage - recapture** : application

Une équipe souhaite estimer l'effectif d'une population de lions de mer *Eumetopias jubatus*, une espèce classée « quasi menacée » par l'organisme UICN. Pour cela ils ont accès à des données de capture/marquage/recapture dans une zone nord de l'océan pacifique : 57 individus ont été capturés et marqués lors d'une première étude. Un an plus tard, 48 individus ont été recapturés, dont 19 marqués.

A partir de ces données, et après avoir expliqué le principe de la technique, estimez la taille de la population étudiée.



La méthode **capture - marquage - recapture** : application

D'après les données du texte :

- Nombre d'individus marqués = 57
- Nombre d'individus recapturés = 48
- Nombre d'individus marqués parmi les recapturés = 19

$$N_{\text{estimé}} = 57 \times 48 / 19 = 144$$



Estimer la fréquence d'un caractère dans une population

Exemple:

sur 100 cistudes d'Europe prélevées sur l'étang de l'Or dans l'Hérault, on dénombre 27 femelles et 73 mâles.

Calculer la fréquence de femelles, associée à un intervalle de confiance à 95%, dans cette population.



Estimer la fréquence d'un caractère dans une population

Exemple:

sur 100 cistudes d'Europe prélevées sur l'étang de l'Or dans l'Hérault, on dénombre 27 femelles et 73 mâles.

Calculer la fréquence de femelles, associée à un intervalle de confiance à 95%, dans cette population.

Fréquence de femelles dans l'étang:

$$f = 27/100 = 0.27 = 27\%$$

Intervalle de confiance

$$\begin{aligned} \text{Borne inférieure} &= f - 1/\sqrt{n} \\ &= 0.27 - 1/\sqrt{100} \\ &= 0.17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Borne supérieure} &= f + 1/\sqrt{n} \\ &= 0.27 + 1/\sqrt{100} \\ &= 0.37 \end{aligned}$$

Il y a 95% de chances que le pourcentage de femelles dans l'étang soit compris entre 17 et 37%.

Exercice 3 : Les résultats d'un sondage

(Belin 2020)

Un sondage d'opinion est en général effectué sur un échantillon de 1000 individus, choisis au hasard. Un sondage a été effectué à propos d'un référendum, il indique que 52% des individus seraient en faveur du oui.

Peut-on certifier que plus de la moitié de la population française est en accord avec la proposition ?

Exercice 3 : Les résultats d'un sondage

(Belin 2020)

Un sondage d'opinion est en général effectué sur un échantillon de 1000 individus, choisis au hasard. Un sondage a été effectué à propos d'un référendum, il indique que 52% des individus seraient en faveur du oui.

Peut-on certifier que plus de la moitié de la population française est en accord avec la proposition ?

Handwritten mathematical work showing the calculation of a confidence interval for a proportion. The text is written in black ink on a light-colored background.

$$p = 52\% = 0,52 \quad (\text{fréquence d'individus en faveur du oui})$$
$$n = 1000 \quad (\text{échantillon interrogé})$$
$$\text{Intervalle de confiance} \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$
$$\left[0,52 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,52 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$$
$$\left[0,49 ; 0,55 \right]$$

Il y a 95% de chances que la fréquence d'individus en faveur du *oui* soit comprise entre 0.49 et 0.55. Elle peut donc être inférieure à 0.5. On ne peut donc pas certifier que plus de la moitié de la population française est en faveur du oui.

8 Recensement d'un élevage de truites

Un pisciculteur souhaite estimer l'effectif de son élevage de truites dans l'un de ses bassins. Il utilise la technique de capture-marquage-recapture. L'éleveur capture 70 truites, les marque puis les relâche. Quotidiennement, il recapture 30 truites, note le nombre d'individus marqués et les relâche. Ses relevés sont notés dans le tableau ci-dessous.

Jours	1	2	3	4	5	6	7
Nombres d'individus marqués	5	2	2	7	8	4	4

1. À partir de ces relevés, estimer par le calcul l'effectif de l'élevage.
2. Proposer un protocole de capture-marquage-recapture qui permettrait à l'éleveur d'estimer cet effectif avec une meilleure précision.

L'éleveur dispose d'un autre bassin, dans lequel un comptage exhaustif a été réalisé : 1 327 individus y ont été recensés. Une partie des truites de ce bassin souffre d'une maladie parasitaire. L'éleveur souhaite connaître le pourcentage d'individus affectés. Pour cela, il réalise un échantillonnage dans ce bassin et prélève 125 truites, dont 37 portent le parasite.

3. Estimer le pourcentage de truites affectées par le parasite, en précisant l'intervalle de confiance pour un niveau de confiance de 95 %.



■ Pour marquer les truites, on réalise couramment l'ablation de la nageoire adipeuse (indiquée ici par une flèche).

8 Recensement d'un élevage de truites

1. On commence par calculer le nombre moyen d'individus marqués et recapturés par jour.

$$m = \frac{(5+2+2+7+8+4+4)}{7} = 4,57$$

Puis on applique la formule donnée dans le « Coup de pouce » :

$$N = n \times \frac{m_0}{m} = 70 \times \frac{30}{4,57} = 460$$

On peut estimer à 460 le nombre de truites dans le bassin.

2. Pour améliorer la précision de l'estimation, l'éleveur peut augmenter la taille de son échantillon afin de diminuer la fluctuation d'échantillonnage. Concrètement, il peut par exemple prélever 50 truites quotidiennement au lieu de 30.

3. Sur l'échantillon de 125 truites, 37 sont parasitées.

La fréquence de ce caractère au sein de notre échantillon est égale à : $f = \frac{37}{125} = 0,296$ (soit 29,6 %).

L'intervalle de confiance, pour un niveau de confiance de 95 %, peut être établi ainsi :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \text{ (} n \text{ étant l'effectif de l'échantillon).}$$

Nb individus marqués	Nb individus recapturés	Nb individus marqués parmi recapturés	Estimation nb individus total
70	30	5	420
70	30	2	1050
70	30	2	1050
70	30	7	300
70	30	8	262,5
70	30	4	525
70	30	4	525
		Moyenne des estimations	590

L'intervalle de confiance correspondant à notre estimation ($n = 125$) est donc :

$$[0,296 - 0,089 ; 0,296 + 0,089]$$

$$[0,207 ; 0,385]$$

$$[20,7 \% ; 38,5 \%]$$

Avec un niveau de confiance de 95 %, on peut estimer le pourcentage des truites du bassin porteuses du parasite comme étant compris entre 20,7 % et 38,5 %.